

FORMULES ET ÉQUATIONS

En mathématiques, vous rencontrez des tonnes et des tonnes de formules pour calculer un tas de choses. Dans ce chapitre, je vais vous définir cette notion, et vous donner toutes les formules d'aires que vous devez connaître en cinquième.

I - FORMULES

Définissons la notion de formule pour commencer.

Définition : Les **formules** sont des expressions littérales qui, à partir de données représentées par des lettres, permettent d'obtenir un résultat.

Donc, c'est une égalité de lettre en fait. Chaque lettre représente une donnée du problème.

II - FORMULES D'AIRES

Voici les formules d'aires, très utiles en géométrie.

Dans toutes ces formules, la lettre $\mathcal{A}$ désigne l'aire de la surface étudiée.

1 - AIRE D'UN CARRÉ

Soit un carré de côté c .



L'aire de ce carré est définie par :

$$\mathcal{A} = c \times c = c^2$$

Exemple : Si le carré fait 3cm de côtés, alors son aire vaut :

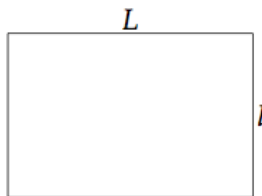
$$\mathcal{A} = c^2 = 3 \times 3 = 9cm^2$$

Vous voyez, on ne fait qu'appliquer la formule bêtement. On remplace les lettres de la formule par les chiffres donnés dans l'énoncé de l'exercice.

Maintenant que vous avez compris, je vais vous énumérer les formules d'aires les unes à la suite des autres.

2 - AIRE D'UN RECTANGLE

Soit un rectangle de largeur l (petit côté) et de longueur L (grand côté).

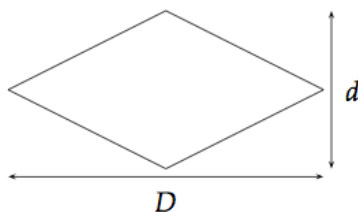


L'aire de ce rectangle est définie par :

$$\mathcal{A} = l \times L$$

3 - AIRE D'UN LOSANGE

Soit un losange dont la grande diagonale fait une longueur D et la petite fait une longueur d .

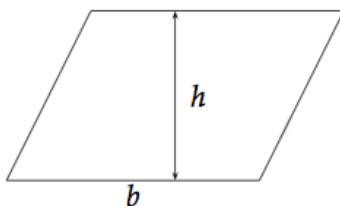


L'aire de ce losange est défini par :

$$\mathcal{A} = \frac{D \times d}{2}$$

4 - AIRE D'UN PARALLÉLOGRAMME

Soit un parallélogramme de base b et de hauteur h .
Sachez bien que la hauteur est perpendiculaire aux deux bases.

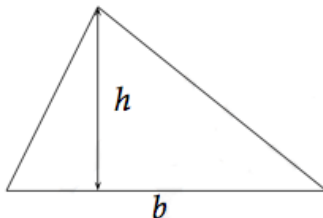


L'aire de ce parallélogramme est défini par :

$$\mathcal{A} = b \times h$$

5 - AIRE D'UN TRIANGLE

Soit un triangle de base b et de hauteur correspondante h .
Faites bien attention, on prend la hauteur perpendiculaire à la base que l'on utilise.



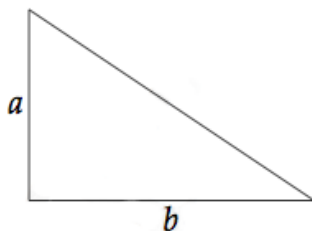
L'aire de ce triangle est défini par :

$$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$

Vous remarquerez que c'est l'aire d'un parallélogramme divisé par deux. Oui, parce-qu'un parallélogramme, c'est tout simplement deux triangles collés.

6 - AIRE D'UN TRIANGLE RECTANGLE

Soit un triangle rectangle de base b et de hauteur correspondante a . Ici, la hauteur correspondante n'est rien d'autre que le second côté du triangle.



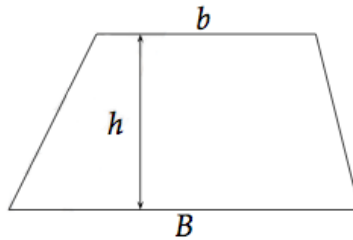
L'aire de ce triangle rectangle est défini par :

$$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2}$$

C'est la moitié de l'aire d'un rectangle. Vous comprendrez pourquoi.

7 - AIRE D'UN TRAPÈZE

Soit un trapèze de grande base B , de petite base b et de hauteur h .



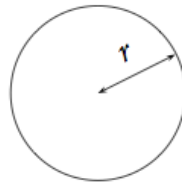
L'aire de ce trapèze est défini par :

$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

8 - AIRE D'UN DISQUE

Soit un disque de rayon r .

Oui, on parle bien de disque et non de cercle car le cercle c'est juste la bordure du disque. Ce dernier lui est remplie.



L'aire de ce disque est défini par :

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$

III - EGALITÉS ET INÉGALITÉS

Pas la peine de rappeler le symbole égal "=" n'es-ce pas ?

Définition : Il existe quatre symboles d'inégalités :

- $<$ qui signifie "strictement inférieur à"
- $>$ qui signifie "strictement supérieur à"
- $\leq$ qui signifie "inférieur ou égal à"
- $\geq$ qui signifie "supérieur ou égal à"

Prenons un exemple.

Exemple : On sait tous très bien que 5 est plus petit que 50.

On notera donc ceci : $5 < 6$.

Remarque : Les symboles $\leq$ et $\geq$ indiquent aussi l'égalité (en plus de l'infériorité ou la supériorité). C'est-à-dire que l'on peut très bien écrire $5 \leq 5$ puisque 5 est inférieur OU égal à 5. En l'occurrence il y est égal.

Et qu'es-ce que l'on peut nous demander sur ces inégalités et égalités ?

Ceci.

Exemple : Montrer que l'égalité $x + 4 = 5 - 2x$ est vérifiée pour $x = 5$ et fausse pour $x = 6$.

Il suffit simple de remplacer l'inconnue x par 5 d'un côté et de l'autre et de vérifié l'égalité entre les deux côtés de

l'égalité.

Pour $x = 5$: A gauche du signe égal :

$$x + 5 = 5 + 5 = 10$$

A droite du signe égal :

$$20 - 2x = 20 - 2 \times 5 = 20 - 10 = 10$$

On retrouve bien la valeur 10 des deux côtés du signe égal.

Donc, l'égalité est vérifiée pour $x = 5$.

Pour $x = 6$: A gauche du signe égal :

$$x + 5 = 6 + 5 = 11$$

A droite du signe égal :

$$20 - 2x = 20 - 2 \times 6 = 20 - 12 = 8$$

Or, $11 \neq 8$. Donc, l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Maintenant que l'on a vu tout cela, nous pouvons passer aux équations.

IV - LES ÉQUATIONS

Voici une brève introduction des équations en mathématiques.

Définition : Une **équation** est une égalité comportant une lettre appelée **inconnue**, le plus souvent c'est x . Résoudre une équation c'est trouver la valeur de x pour laquelle l'équation est vérifiée.

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre des équations. Cependant, à votre niveau, vous ne devez connaître que quelques cas.

Patience, patience, l'année prochaine vous en saurez tout.

Propriétés : Deux types équations à savoir résoudre :

- Equation du type $a + x = b$ ou $x + a = b$ dont la solution est $x = b - a$.
- Equation du type $ax = b$ ou $a \times x = b$ dont la solution est $x = \frac{b}{a}$ ($a \neq 0$).

Encore une fois, les lettres peuvent et seront remplacées par des chiffres.

Exemple : Résolvons l'équation $3 + x = 5$.

C'est une équation du type $a + x = b$, avec $a = 3$ et $b = 5$.

On applique la formule $x = b - a$, soit :

$$x = 5 - 3 = 2$$

Cette équation est donc vérifiée pour $x = 2$.

En effet, si on remplace x par 2, on obtient :

$$3 + x = 3 + 2 = 5$$