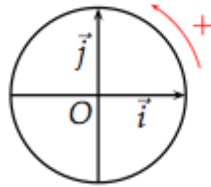


FONCTIONS SINUS ET COSINUS

www.mathsbook.fr

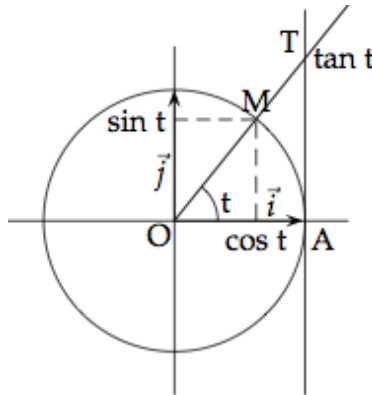
I - FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Définition : Soit un repère orthonormal $(O; I; J)$. On appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre O , de rayon 1, orienté dans le **sens positif** (ou **sens direct**).



Définitions : Soit un repère orthonormal $(O; I; J)$.

On appelle **cosinus de x** , noté $\cos x$, l'abscisse du point M appartenant au cercle trigonométrique, et **sinus de x** , noté $\sin x$, l'ordonnée de ce point M .



II - FONCTION SINUS

Définitions : La **fonction sinus** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin x$$

Propriétés :

– La fonction sinus est dérivable et continue sur $\mathbb{R}$.

– La fonction sinus est une fonction impaire :

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

– La fonction sinus est périodique de période 2π .

– Elle est croissante sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ et décroissante sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.

– La fonction sinus est comprise entre -1 et 1 :

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

– **Propriété fondamentale des fonctions trigonométriques** :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

III - FONCTION COSINUS

Définitions : La fonction **cosinus** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \cos x$$

Propriétés :

– La fonction cosinus est dérivable et continue sur $\mathbb{R}$.

– La fonction cosinus est une fonction paire :

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

– La fonction cosinus est aussi périodique de période 2π .

– Elle est croissante sur $[-\pi; 0]$ et décroissante sur $[0; \pi]$.

– La fonction cosinus est compris entre -1 et 1 :

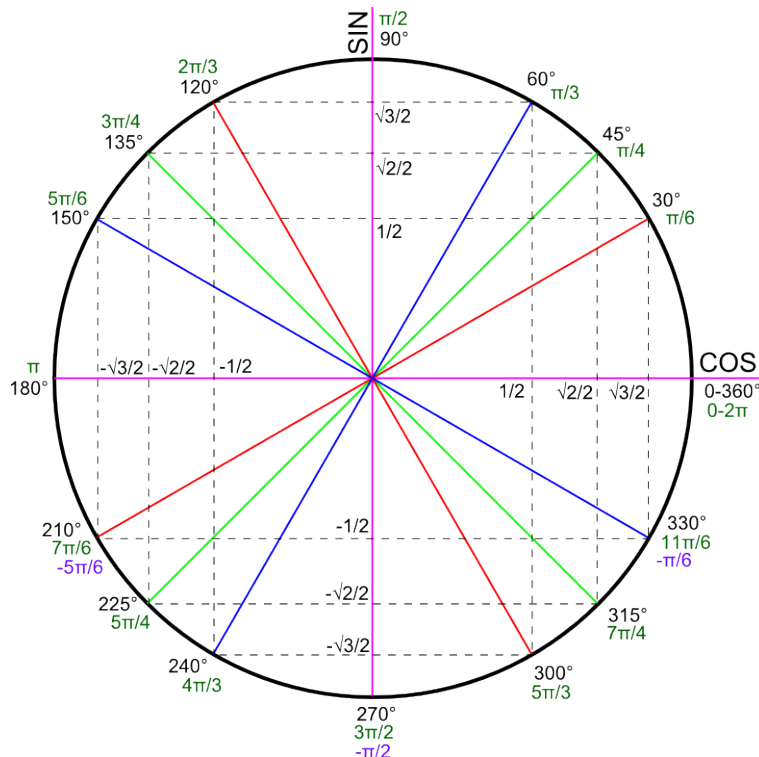
$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

– **Propriété fondamentale des fonctions trigonométriques** (je me répète exprès) :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

IV - FORMULES TRIGONOMETRIQUES

Degrés	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1



Propriétés : Pour tout réel x ,

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

Formules d'addition : Pour tout réels a et b ,

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

Formules de duplication : Pour tout réel a ,

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$